Kapitel MK:V

V. Diagnoseansätze

- Diagnoseproblemstellung
- Diagnose mit Bayes
- Evidenztheorie von Dempster/Shafer
- Diagnose mit Dempster/Shafer
- Truth Maintenance
- Assumption-Based TMS
- Diagnosis Setting
- Diagnosis with the GDE
- Diagnosis with Reiter
- Grundlagen fallbasierten Schließens
- Fallbasierte Diagnose

Diagnoseproblemstellung

Begriffe

- System.
  Ausschnitt aus der realen Welt.
  Hier: System zeigt Fehlverhalten bzw. einen Fehler.

- Symptom.
  Beobachtbare Ausprägung einer Eigenschaft eines Systems, die durch einen Fehler im System verursacht wird.
  Kurz: Abweichung vom Normalverhalten.

- Diagnose I.
  Zustand eines Systems, der alle Symptome erklärt.
  Hier: Diagnose = Fehler(zustand) bzw. Menge von Fehler(zuständen)

- Diagnose II.
  Prozess zur Bestimmung einer Diagnose (im Sinne von I).

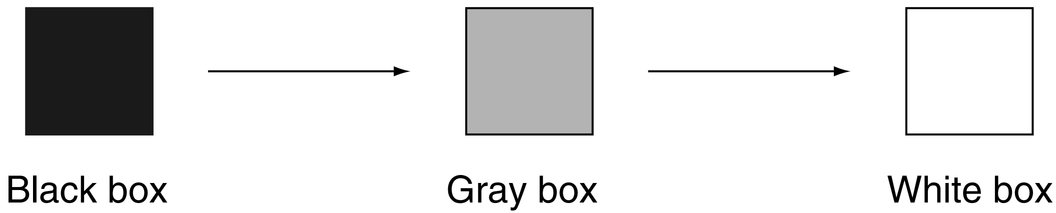
- Hypothese.
  Diagnosekandidat, mögliche Diagnose (im Sinne von I).

Bemerkungen:

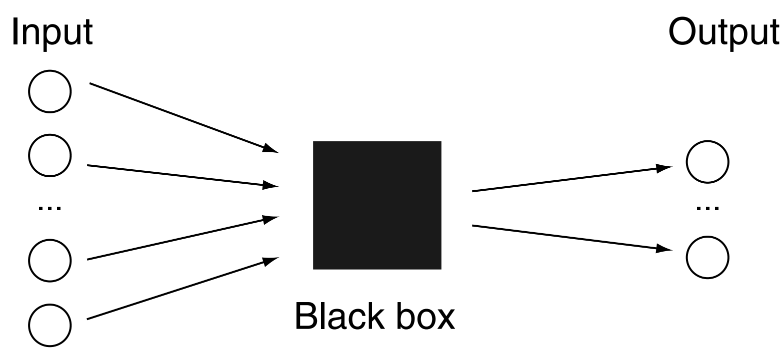
- Diagnoseproblemstellungen gehören zur Problemklasse der Analyse.

Diagnoseproblemstellung
Modellierung

Was ist bekannt über das zu diagnostizierende System?



Wenig bekannt: Black-Box-Modell bzw. assoziatives Modell



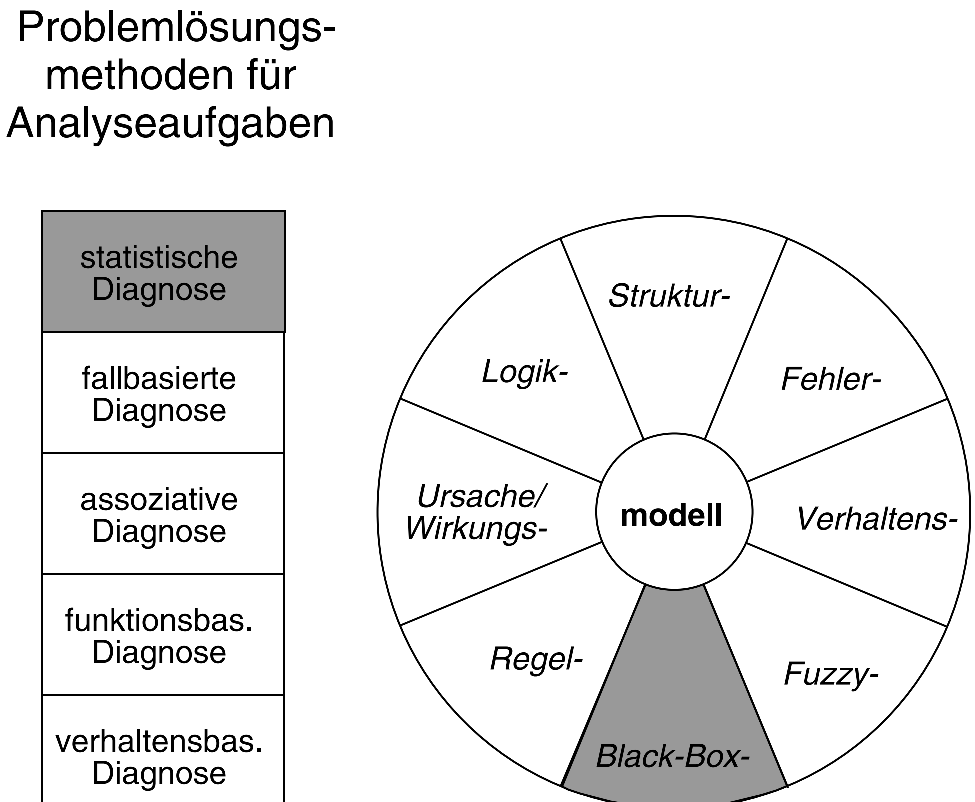
Modellierungsansätze für Black-Box-Modelle:

statistische Verfahren, neuronale Netze, Methoden der Identifikation, etc.

Diagnoseproblemstellung
Modellierung

Problemstellung und Modellierungsansatz seien vorgegeben.

Welche Problemlösungsmethode ist geeignet?



Diagnoseproblemstellung

Statistische Diagnose

Arzt: „Das Medikament wird Sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% heilen.“

Was könnte damit gemeint sein?

Diagnoseproblemstellung

Statistische Diagnose

Arzt: „Das Medikament wird Sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% heilen.“

Was könnte damit gemeint sein?

1. Er hat das Medikament bei 20 PatientInnen ausprobiert und 18 wurden geheilt.
2. Er glaubt, dass, wenn er immer mehr PatientInnen mit diesem Medikament behandeln würde, sich die relative Häufigkeit der Erfolge bei genügend großer PatientInnen-Zahl bei 0.9 stabilisieren wird.
3. Er hält 90 Euro für den fairen Einsatz einer Wette, bei der er 100 Euro bekommt, wenn Sie geheilt werden.
4. Ein statistischer Test mit der Irrtums-Wahrscheinlichkeit 10% hat die Wirksamkeit des Medikamentes bewiesen.

[Hennig, Uni Hamburg]

Diagnoseproblemstellung

Prinzip der statistischen Diagnose

Aus einer Menge vorhandener Fälle werden mit Hilfe statistischer Methoden Aussagen über die typische Verteilung möglicher Diagnosen abgeleitet.

- Aussagen quantifizieren den Zusammenhang zwischen Symptomen und Diagnosen
- Aussagen umfassen oft a-Priori-Wahrscheinlichkeiten und bedingte Wahrscheinlichkeiten

➜ Für gegebene Symptomkonstellationen können Wahrscheinlichkeiten möglicher Diagnosen berechnet werden.

➜ Wahrscheinlichste Diagnose (= Lösung) kann ausgewählt werden.

Grundlage wichtiger statistische Ansätze:

1. Theorem von Bayes
   Collection: Maschinelles Lernen, Part: Statistische Lernverfahren
2. Dempster/Shafer-Theorie

Diagnose mit Bayes

Satz von Bayes

Gegeben sind:

- Symptom: S
- Diagnose: D

Formel von Bayes:

$$P(D \mid S) = \frac{P(D) \cdot P(S \mid D)}{P(S)}$$

Diagnose mit Bayes

Satz von Bayes

Gegeben sind:

- Symptom: S
- Diagnose: D

Formel von Bayes:

$$P(D \mid S) \;=\; \frac{P(D) \cdot P(S \mid D)}{P(S)}$$

Diskussion:

- Diagnosen und Symptome werden als Ereignisse aufgefasst.
- Diagnosen stellen Ursachen dar.
- Aus der Wahrscheinlichkeit für den Kausalzusammenhang, $P(\texttt{<symptom>} \mid \texttt{<ursache>})$, und der a-Priori-Wahrscheinlichkeit für die Ursache, $P(\texttt{<ursache>})$, wird mit Bayes die Wahrscheinlichkeit $P(\texttt{<ursache>} \mid \texttt{<symptom>})$ in der „Diagnosesituation“ berechnet.
  Dies entspricht einer Umkehrung des Kausalzusammenhangs.

Diagnose mit Bayes

Satz von Bayes (Verallgemeinerung)

Gegeben sind:

- Menge von Symptomen: $S_j,\ j = 1, \ldots, p$
- Menge von Diagnosen: $D_i,\ i = 1, \ldots, k$

Mit Bayes und der „Naive Bayes Assumption“ (NB) folgt:

$$D_{NB} = \underset{D \in \{D_i | i=1,\ldots,k\}}{\text{argmax}} P(D_i) \cdot \prod_{j=1}^{p} P(S_j \mid D_i)$$

Diagnose mit Bayes

Satz von Bayes (Verallgemeinerung)

Gegeben sind:

- Menge von Symptomen: $S_j, \; j = 1, \ldots, p$
- Menge von Diagnosen: $D_i, \; i = 1, \ldots, k$

Mit Bayes und der „Naive Bayes Assumption“ (NB) folgt:

$$D_{NB} = \underset{D \in \{D_i | i=1,\ldots,k\}}{\text{argmax}} P(D_i) \cdot \prod_{j=1}^{p} P(S_j \mid D_i)$$

Diskussion:

- Situation des Kausalzusammenhangs $S_1, \ldots, S_p \mid D$:
  Es wird (wurde in der Vergangenheit) immer wieder festgestellt, dass in der Situation D die Symptome $S_1, \ldots, S_p$ beobachtet werden können.
- Diagnosesituation $D \mid S_1, \ldots, S_p$:
  Umkehrung der Situation des Kausalzusammenhangs. Beobachtet werden die Symptome $S_1, \ldots, S_p$. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass D vorliegt.
- Wegen der Naive Bayes Assumption müssen nur Werte für $P(S_j \mid D_i)$ akquiriert werden.

Bemerkungen:

- Ereignisse sind Teilmengen eines Ergebnisraums $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_n\}$. Wie Ω tatsächlich aussieht, wird in der statistischen Diagnostik oft nicht betrachtet. Grund: Hier ist die wichtigste Begriffsebene (*Knowledge Level*) auf den Konzepten „Diagnose“ bzw. „Hypothese“ und „Symptom“ aufgebaut.
- Man könnte sich den Ergebnisraums Ω als Menge von Vektoren ω_i vorstellen, wobei jeder Vektor ω_i einer Zufallsbeobachtung des Systems entspricht. Z. B. könnte ω_i Informationen über Blutwerte, Herz-Kreislaufwerte etc. beinhalten.

Diagnose mit Bayes

Beispiel

Eine Krankheit D liege bei 0.8% der Bevölkerung vor. Ein Bluttest liefert in 98% aller Fälle ein „positives" Ergebnis, falls die Krankheit tatsächlich vorliegt.

Liegt die Krankheit nicht vor, liefert der Test trotzdem noch zu 3% ein „positives" Ergebnis. Die Frage ist nun, wie wahrscheinlich es ist, dass ein Patient an D erkrankt ist, wenn der Bluttest „positiv" ausgeht.

Diagnose mit Bayes

Beispiel

Eine Krankheit D liege bei 0.8% der Bevölkerung vor. Ein Bluttest liefert in 98% aller Fälle ein „positives“ Ergebnis, falls die Krankheit tatsächlich vorliegt.

Liegt die Krankheit nicht vor, liefert der Test trotzdem noch zu 3% ein „positives“ Ergebnis. Die Frage ist nun, wie wahrscheinlich es ist, dass ein Patient an D erkrankt ist, wenn der Bluttest „positiv“ ausgeht.

- A-Priori-Wahrscheinlichkeit für das Vorliegen der Krankheit:
  $P(D_+) = 0.008$
- A-Priori-Wahrscheinlichkeit für die Abwesenheit der Krankheit:
  $P(D_-) = 0.992$
- Bedingte Wahrscheinlichkeit für ein positives Ergebnis, unter der Annahme, dass die Krankheit vorliegt: $P(S_+ \mid D_+) = 0.98$
- Bedingte Wahrscheinlichkeit für ein positives Ergebnis, unter der Annahme, dass die Krankheit nicht vorliegt: $P(S_+ \mid D_-) = 0.03$

Diagnose mit Bayes

Beispiel (Fortsetzung)

Rangordnung der Diagnosen gemäß fallender Werte $P(D_i) \cdot \prod_{j=1}^{p} P(S_j \mid D_i)$:

1. $P(D_-) \cdot P(S_+ \mid D_-) = 0.992 \cdot 0.03 = 0.0298$

2. $P(D_+) \cdot P(S_+ \mid D_+) = 0.008 \cdot 0.98 = 0.0078$

A-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten gemäß $\dfrac{P(D_i) \cdot \prod_{j=1}^{p} P(S_j \mid D_i)}{\sum_{i=1}^{k} P(D_i) \cdot \prod_{j=1}^{p} P(S_j \mid D_i)}$:

$$P(S_+) = \sum_{i=1}^{m} P(D_i) \cdot \prod_{j=1}^{p} P(S_j \mid D_i) = 0.0298 + 0.0078 = 0.0376 \;\approx 3,8\%$$

- ❑ $P(D_- \mid S_+) = 0.0298/0.0376 \;\approx 79\%$
- ❑ $P(D_+ \mid S_+) = 0.0078/0.0376 \;\approx 21\%$

Diagnose mit Bayes

Diskussion

Für einen Diagnoseansatz nach Bayes müssen umfangreiche, gesicherte Datenmengen vorliegen:

- Entweder a-Priori-Wahrscheinlichkeiten für Diagnosen, $P(D_i)$, sowie bedingte Wahrscheinlichkeiten $P(S_j \mid D_i)$ oder
- eine Menge von Fällen $\mathcal{C}$, die einen Zusammenhang zwischen Diagnosen und Symptomen beschreiben:

$$\mathcal{C} = \{(D_i, \mathbf{S}) \mid i \in \{1, \ldots, p\},\ \mathbf{S} \subseteq \{S_1, \ldots, S_p\}\}$$

Vorgehensweise:

1. Schätzung der a-Priori-Wahrscheinlichkeiten und der bedingten Wahrscheinlichkeiten aus $\mathcal{C}$.
2. Berechnung der a-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten für die Diagnosen unter der Annahme, dass die beobachteten Symptome vorliegen.
3. Auswahl der Diagnose mit der höchsten a-Posteriori-Wahrscheinlichkeit.

Diagnose mit Bayes

Diskussion (Fortsetzung)

Die Anwendung von Bayes Formel zur Verarbeitung von Wissen über Diagnosen und Symptome ist problematisch:

- Closed-World-Assumption: Die Menge der Diagnosen D_i muss vollständig sein.
- Single-Fault-Assumption: Die Diagnosen müssen sich gegenseitig ausschließen, d. h. es darf nur eine Diagnose zutreffen.
- Vereinfachtes Modell: Die Symptome S_j dürfen nur von den Diagnosen abhängen und müssen untereinander unabhängig sein.
- Welt ändert sich langsam: Die statistischen Daten müssen über einen längeren Zeitraum (relativ) konstant bleiben.

Diese Anforderungen sind in den meisten Fällen verletzt.

➜ Der Satz von Bayes ist oft nicht direkt anwendbar.
➜ In vielen Systemen werden Varianten des Satzes von Bayes verwendet.

Bemerkungen:

- Je mehr Annahmen verletzt sind, desto fließender die Grenze zwischen statistischen Verfahren und heuristischen Verfahren.

Diagnose mit Bayes

Interpretation des Konzeptes „Wahrscheinlichkeit“

„Mit einer Wahrscheinlichkeit von 60% hat ein Patient mit den Symptomen Fieber, Husten und Schwäche eine TBC.“

1. Objektivistische Interpretation:

   - Wahrscheinlichkeit ist ein objektives Merkmal materieller Prozesse, die unabhängig vom Beobachter stattfinden.
   - Ein Wahrscheinlichkeitsurteil entspricht einem Wahrnehmungsurteil und kann mehr oder weniger richtig sein.

   Es gibt einen „wahren Wert“ für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient mit den Symptomen Fieber, Husten und Schwäche TBC hat. Die Aussage „Mit einer Wahrscheinlichkeit von 60%“ kann diesem wahren Wert mehr oder weniger gut entsprechen.

Diagnose mit Bayes

Interpretation des Konzeptes „Wahrscheinlichkeit“

„Mit einer Wahrscheinlichkeit von 60% hat ein Patient mit den Symptomen Fieber, Husten und Schwäche eine TBC.“

1. Objektivistische Interpretation:

   - Wahrscheinlichkeit ist ein objektives Merkmal materieller Prozesse, die unabhängig vom Beobachter stattfinden.
   - Ein Wahrscheinlichkeitsurteil entspricht einem Wahrnehmungsurteil und kann mehr oder weniger richtig sein.

   Es gibt einen „wahren Wert“ für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient mit den Symptomen Fieber, Husten und Schwäche TBC hat. Die Aussage „Mit einer Wahrscheinlichkeit von 60%“ kann diesem wahren Wert mehr oder weniger gut entsprechen.

2. Frequentistische Interpretation:

   - Wahrscheinlichkeit ist eine Beschreibung von Beobachtungen im Sinne der Angabe der relativen Häufigkeit bezogen auf eine Referenzmenge.
   - Wahrscheinlichkeit ist der Grenzwert der relativen Häufigkeit des Auftretens eines Ereignisses für $n \to \infty$.

   Von 100 Patienten, die die Symptome Fieber, Husten und Schwäche gezeigt haben, hatten 60 Patienten eine TBC. Die relative Häufigkeit „60%“ nähert sich der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit mit zunehmendem n an. Sie wird bei 100.000 Patienten eher der Wahrscheinlichkeit entsprechen als bei 100 Patienten.

Diagnose mit Bayes

Interpretation des Konzeptes „Wahrscheinlichkeit“ (Fortsetzung)

3. subjektivistische Interpretation

   - Wahrscheinlichkeit ist Ausdruck eines subjektiven Grades an Gewissheit bzw. Sicherheit.
   - Ein Wahrscheinlichkeitsurteil kann somit nicht „objektiv“ richtig oder falsch sein, aber es besitzt subjektive Validität.

   Die Aussage „Mit einer Wahrscheinlichkeit von 60%“ ist ein Maß für die subjektive Sicherheit des Arztes. D. h., in 60% aller vergleichbaren Fälle würde der Arzt die richtige Diagnose TBC stellen.

[Sachse 04, TU Berlin]

Diagnose mit Bayes

Subjektivistische Verwendung von Bayes

Subjektivistische Interpretation als Lernen aus Erfahrung:

- Ausgangspunkt sind bedingte Wahrscheinlichkeiten $P(A_j \mid B_i)$ für das Eintreffen von beobachtbaren Ereignissen (Symptomen) A_j als Folge anderer, nicht beobachtbarer Ereignisse (Systemzustände, Diagnosen) B_i.

- Die a-Priori-Wahrscheinlichkeiten $P(B_i)$ der Systemzustände seien unbekannt und sollen zunächst als gleichverteilt angenommen werden.

Diagnose mit Bayes

Subjektivistische Verwendung von Bayes

Subjektivistische Interpretation als Lernen aus Erfahrung:

- Ausgangspunkt sind bedingte Wahrscheinlichkeiten $P(A_j \mid B_i)$ für das Eintreffen von beobachtbaren Ereignissen (Symptomen) A_j als Folge anderer, nicht beobachtbarer Ereignisse (Systemzustände, Diagnosen) B_i.
- Die a-Priori-Wahrscheinlichkeiten $P(B_i)$ der Systemzustände seien unbekannt und sollen zunächst als gleichverteilt angenommen werden.

1. Wird nun Ereignis A_j beobachtet, so lassen sich mit der Formel von Bayes die a-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten $P(B_i \mid A_j)$ der Systemzustände B_i ausrechnen.
2. Die a-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten $P(B_i \mid A_j)$ können als neue Schätzung der a-Priori-Wahrscheinlichkeiten $P(B_i)$ der Systemzustände interpretiert werden: Lernen durch Erfahrung.
3. Eventuell weiter bei 1.

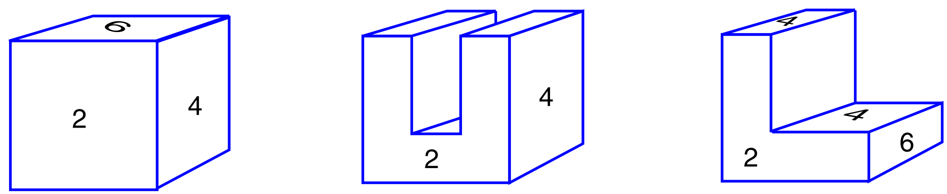
Bemerkungen:

- Je öfter der Zyklus aus Beobachtung eines Ereignisses und Aktualisierung der a-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten durchlaufen wird, um so exakter ist das erworbene Wissen über die Welt – hier: Wissen darüber, welcher Systemzustand B_i vorliegen mag.

Diagnose mit Bayes

Subjektivistische Verwendung von Bayes

Beispiel: Gegeben sind drei Würfel, ein Laplace-Würfel W, ein Riemer-U-Würfel und ein Riemer-L-Würfel [vgl. LearnLine NRW 2002].



W U L

Es wird gewürfelt, die Zahlen genannt, aber nicht der verwandte Würfel gezeigt. Angenommen, es wird dreimal gewürfelt, zuerst 3, dann 1 und schließlich 5. Welche Hypothesen sind zu entwickeln?

Aufgrund von Experimenten mit U- und L-Würfeln sind folgende Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Würfel bekannt:

		1	2	3	4	5	6
W	Laplace-Würfel	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17
L	L-Würfel	0.01	0.14	0.21	0.40	0.14	0.10
U	U-Würfel	0.24	0.06	0.10	0.10	0.06	0.44

Diagnose mit Bayes

Subjektivistische Verwendung von Bayes

Beispiel (Fortsetzung):

1. Beobachtung: „3 fällt“
   a-Priori-Wahrscheinlichkeiten: $P(W) = P(L) = P(U) = 1/3$
   Es ist bekannt: $P(3 \mid W) = 0.17,\ P(3 \mid L) = 0.21,\ P(3 \mid V) = 0.1$

➜ a-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten (nach Bayes):

$$
\begin{aligned}
P(W \mid 3) &= \frac{P(W) \cdot P(3 \mid W)}{P(W) \cdot P(3 \mid W) + P(L) \cdot P(3 \mid L) + P(U) \cdot P(3 \mid U)} \\
&= \frac{0.33 \cdot 0.17}{0.33 \cdot 0.17 + 0.33 \cdot 0.21 + 0.33 \cdot 0.1} \approx 0.35 \\
P(L \mid 3) &= \ldots \approx 0.35 \\
P(U \mid 3) &= \ldots \approx 0.21
\end{aligned}
$$

Diagnose mit Bayes

Subjektivistische Verwendung von Bayes

Beispiel (Fortsetzung):

2. Beobachtung: „1 fällt“
   Neue a-Priori-Wahrscheinlichkeiten sind die alten
   a-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten: $P(W) = 0.35,\; P(L) = 0.44,\; P(U) = 0.21$
   Es ist bekannt: $P(1 \mid W) = 0.17,\; P(3 \mid L) = 0.01,\; P(3 \mid V) = 0.21$

➜ a-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten:
$P(W \mid 1) \approx 0.52,\; P(L \mid 1) \approx 0.04,\; P(U \mid 1) \approx 0.44$

3. Beobachtung: „5 fällt“
   a-Priori-Wahrscheinlichkeiten: $P(W) = 0.52,\; P(L) = 0.04,\; P(U) = 0.44$

➜ a-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten:
$P(W \mid 5) \approx 0.73,\; P(L \mid 5) \approx 0.05,\; P(U \mid 5) \approx 0.22$