Kapitel L:III

III. Prädikatenlogik

- ❑ Syntax der Prädikatenlogik
- ❑ Semantik der Prädikatenlogik
- ❑ Wichtige Äquivalenzen
- ❑ Einfache Normalformen
- ❑ Substitution
- ❑ Skolem-Normalformen
- ❑ Standard-Erfüllbarkeit
- ❑ Prädikatenlogische Resolution
- ❑ Grenzen der Prädikatenlogik

Standard-Erfüllbarkeit

Problem.

Suche nach einer erfüllenden Belegung für eine Formel.

Idee.

Betrachte nur (Zeichenketten für) Terme ohne Variablen (= Grundterme) als Universum $\mathcal{U}$.

Definition 21 (Herbrand-Universum)

Sei α eine geschlossene Formel in Skolem-Normalform, d. h. $\alpha = \forall x_1 \ldots \forall x_n \beta$ mit *vars*$(\beta) = \{x_1, \ldots, x_n\}$ und β quantorfrei. Das Herbrand-Universum $H(\alpha)$ zu α wird induktiv definiert durch:

1. $H(\alpha)$ enthält alle Konstanten von α. Kommt in α keine Konstante vor, so sei die Konstante c in $H(\alpha)$.
2. Ist f ein in α vorkommendes n-stelliges Funktionssymbol und sind $t_1, \ldots, t_n \in H(\alpha)$, so gilt auch $f(t_1, \ldots, t_n) \in H(\alpha)$.
3. $H(\alpha)$ enthält nur die nach 1. und 2. gebildeten Terme.

Bemerkungen:

- Tritt in α eine Konstante auf, so enthält $H(\alpha)$ offensichtlich die Menge aller variablenfreien Terme, die aus Konstanten und Funktionssymbolen von α aufgebaut werden können.

- Mit der andernfalls zusätzlich gewählten Konstanten c wird die Bedingung erfüllt, dass ein Universum einer Interpretation nicht leer sein darf.

Standard-Erfüllbarkeit

Beispiele.

Zu $\alpha = \forall x P(x) \lor Q(a)$ gehört das Herbrand-Universum:

$$H(\alpha) = \{a\}$$

Zu $\beta = \forall x P(f(x)) \lor Q(a)$ gehört das Herbrand-Universum:

$$H(\beta) = \{a, f(a), f(f(a)), f(f(f(a))), f(f(f(f(a)))), \ldots\}$$

Zu $\gamma = \forall x P(f(x, x)) \lor Q(a)$ gehört das Herbrand-Universum:

$$H(\gamma) = \{a, f(a, a), f(a, f(a, a)), f(f(a, a), a), f(f(a, a), f(a, a)), \ldots\}$$

Zu $\delta = \forall x(P(f(x)) \lor Q(x))$ gehört das Herbrand-Universum:

$$H(\beta) = \{c, f(c), f(f(c)), f(f(f(c))), f(f(f(f(c)))), \ldots\}$$

Standard-Erfüllbarkeit

Und wie weiter?

Welche Funktionen ordnet man den Funktionssymbolen in α zu?

Idee.

Funktionen so definieren, dass jedem Term eine Zeichenkette zugeordnet wird, die genau so aussieht, wie der Term selbst.

Beispiel.

α enthält 2-stelliges Funktionssymbol f. $f_{H(\alpha)}$ bezeichne die Interpretation von f über $H(\alpha)$:

$$f_{H(\alpha)} : H(\alpha) \times H(\alpha) \rightarrow H(\alpha)$$

$$\underbrace{f_{H(\alpha)}(x, y)} \qquad := \qquad \underbrace{f(\$x, \$y)}$$

$f_{H(\alpha)}$ ist eine Funktion; x, y sind Parameter, die jeden Wert aus $H(\alpha)$ annehmen können.

Zeichenkette, wobei $\$x, \$y$ für den Wert der Parameter x, y stehen.

Standard-Erfüllbarkeit

Definition 22 (Herbrand-Interpretation)

Sei α eine geschlossene Formel in Skolem-Normalform und $H(\alpha)$ das zugehörige Herbrand-Universum. Eine Interpretation $\mathcal{I}$ mit Grundbereich $H(\alpha)$ heißt Herbrand-Interpretation, wenn für jede Konstante a gilt

$$\mathcal{I}(a) = a$$

und für jedes Funktionssymbol f in α gilt

$$\mathcal{I}(f(t_1, \ldots, t_n)) = f(t_1, \ldots, t_n).$$

Was bleibt für eine Herbrand-Interpretation $\mathcal{I}$ noch zu wählen?

- Zuordnung der Variablen auf Elemente von $H(\alpha)$ (irrelevant),
- Wahrheitswerte der Prädikate für die möglichen Argumente.

Standard-Erfüllbarkeit

Satz 23

Sei α eine geschlossene Formel in Skolem-Normalform. Dann gilt:

$$\alpha \text{ erfüllbar} \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \text{ besitzt erfüllende Herbrand-Interpretation}$$

Korollar 24 (Satz von Löwenheim/Skolem)

Jede erfüllbare Formel der Prädikatenlogik erster Stufe besitzt eine erfüllende Interpretation mit abzählbarem Grundbereich.

Standard-Erfüllbarkeit

Sei α eine geschlossene Formel in Skolem-Normalform und $\mathcal{I}$ eine Herbrand-Interpretation.

Aufgabe.

Bestimmung des Wahrheitswertes von α.

Vorgehen.

Setze alle Möglichkeiten von Elementen des Herbrand-Universums für die allquantifizierten Variablen ein und überprüfe die durch die Einsetzung entstandenen aussagenlogischen Formeln gemeinsam.

Definition 25 (Herbrand-Erweiterung, Herbrand-Extension)

Sei α eine geschlossene Formel in Skolem-Normalform, d.h. $\alpha = \forall x_1 \ldots \forall x_n \beta$ mit *vars*$(\beta) = \{x_1, \ldots, x_n\}$ und β quantorfrei. Dann ist die Herbrand-Erweiterung von α definiert als

$$E(\alpha) = \{\beta[x_1/t_1, \ldots, x_n/t_n] \mid t_1, \ldots, t_n \in H(\alpha)\}$$

Bemerkungen:

- $E(\alpha)$ ist in Mengenschreibweise; d. h. $E(\alpha)$ steht für eine Formel, die alle Elemente aus $E(\alpha)$ konjunktiv verknüpft.
- Die Formeln $\beta[x_1/t_1, \ldots, x_n/t_n]$ sind Grundterme der Formel α; d. h. sie sind variablenfrei.
- Alle Primformeln in $E(\alpha)$ können als aussagenlogische Atome aufgefasst werden.
- Alle Elemente in $E(\alpha)$ können als aussagenlogische Formeln aufgefasst werden.
- $E(\alpha)$ ist erfüllbarkeitsäquivalent zu α (Herbrand-Erfüllbarkeit). In Zeichen: $E(\alpha) \approx_{\text{sat}} \alpha$

Standard-Erfüllbarkeit

Beispiel.

$E(\alpha) = \{\{\neg P(a), P(f(a))\}, \{\neg P(f(a)), P(f(f(a)))\}, \{\neg P(f(f(a))), \ldots\}$

Problem.

$E(\alpha)$ ist im allgemeinen keine endliche Menge von Formeln.

Offensichtlich gilt:

Eine unendliche Menge M von Formeln ist erfüllbar, wenn eine Interpretation existiert, die alle Formeln in M gleichzeitig erfüllt.

Gretchen-Frage:

Ist es möglich, dass eine unendliche Teilmenge M' von Klauseln aus M widersprüchlich ist, jedoch keine der endlichen Teilmengen von M'?

Bzw.: Kann sich Widersprüchlichkeit erst im Unendlichen zeigen?

Standard-Erfüllbarkeit

Satz 26 (Endlichkeitssatz)

Sei M eine (unendliche) Menge von Formeln. Dann ist M widerspruchsvoll genau dann, wenn es eine endliche Teilmenge M' von M gibt, so dass M' widerspruchsvoll ist.

Beweis (Skizze)

Resolution liefert als widerlegungsvollständiges Kalkül die leere Klausel genau dann, wenn die Ausgangsformel widersprüchlich ist.

- In einen Resolutionsbeweis gehen nur endlich viele Ausgangsklauseln ein.
- Entwickle Testverfahren für die Widersprüchlichkeit von M.
- Systematische Aufzählung der Formeln von M: $(\alpha_n)_{n\in\mathbf{N}}$.

$$M_0 = \emptyset \quad \text{und} \quad M_{n+1} = M_n \cup \{\alpha_n\}$$

- Testen der endlichen Teilmengen M_n von M nacheinander.

Bemerkungen:

- Die Richtung “M widerspruchsvoll” $\Rightarrow$ “Es gibt $M' \subseteq M$ mit M' endlich und widerspruchsvoll” macht die wertvolle Aussage des Endlichkeitssatzes.
- Das Problem, ob eine geschlossene Formel α der Prädikatenlogik erster Stufe widerspruchsvoll ist, ist unentscheidbar, d. h. nicht berechenbar.

  Idee: Reduktion des Halteproblems auf das Erfüllbarkeitsproblem.

  Die Berechnungen von Turing-Maschinen lassen sich durch prädikatenlogische Formeln erster Stufe beschreiben. Also kann das Halteproblem in Form einer Frage nach Widersprüchlichkeit einer Formel codiert werden.
- Für geschlossene Formeln α in Skolem-Normalform kann die Widersprüchlichkeit durch sukzessives Testen der Herbrand-Erweiterung $E(\alpha)$ mit einem geeigneten Verfahren, z. B. der Resolution, festgestellt werden.
- Durch das beschriebene Aufzählungsverfahren kann nur Widersprüchlichkeit, im allgemeinen nicht aber Erfüllbarkeit festgestellt werden. (Semi-Entscheidbarkeit)
- Das Problem, ob eine geschlossene Formel α der Prädikatenlogik erster Stufe widerspruchsvoll ist, ist rekursiv aufzählbar, d. h. es gibt ein Verfahren, dass die widerspruchsvollen Formeln aufzählen kann.

  Idee:

  Ausgangspunkt ist eine Aufzählung der Symbole, die in den Formeln vorkommen dürfen.

  Untersuche, welche der (endlich vielen!) Formeln mit bis zu m Symbolen und bis zur Länge n durch z.B. auusagenlogische Resolution (Stufensättigungsstrategie) mit Hilfe der ersten k Formeln der Herbrand-Erweiterung widerlegt werden können.

  m, n, k werden inkrementiert.

Prädikatenlogische Resolution

Beobachtung.

Auf der Herbrand-Erweiterung einer Formel sind viele Resolutionsschritte ähnlich:

$$\Big\{\{\neg P(a), P(f(a))\}, \{P(a)\}\Big\} \;\underset{Res}{\models}\; P(f(a))$$
$$\Big\{\{\neg P(f(a)), P(f(f(a)))\}, \{P(f(a))\}\Big\} \;\underset{Res}{\models}\; P(f(f(a)))$$
$$\Big\{\{\neg P(f(f(a))), P(f(f(f(a))))\}, \{P(f(f(a)))\}\Big\} \;\underset{Res}{\models}\; P(f(f(f((a)))))$$
$$\Big\{\{\neg P(f(f(f(a)))), P(f(f(f(f(a)))))\}, \{P(f(f(f(a))))\}\Big\} \;\underset{Res}{\models}\; P(f(f(f(f(a)))))$$

Lassen sich solche Einzelschritte zusammenfassen?

$$\neg P(x) \vee P(f(x)), P(x) \;\underset{Res}{\models}\; P(f(x))$$

Ziel:

Allgemeinere Form der Resolution

\+ Spezialisierung der Resultate durch Instantiierung

Prädikatenlogische Resolution

Motivation.

Sei α eine Formel in Klauselnormalform; α enthalte zwei Klauseln mit positiven und negativen Literalen über demselben Prädikat:

- $\beta = \forall x \forall y \forall z \ (P(a, f(x)) \lor P(y, z))$
- $\gamma = \forall x \forall y \ (\neg P(y, f(x)) \lor Q(x, y))$

Durch die Substitution $[y/a][z/f(x)]$ werden die Literale über P bis auf das Negationszeichen gleich; folgende Klauseln entstehen:

- $\beta' = \beta[y/a][z/f(x)] = \forall x \ (P(a, f(x)))$
- $\gamma' = \gamma[y/a][z/f(x)] = \forall x \ (\neg P(a, f(x)) \lor Q(x, a))$

Es gilt:

$$
\begin{array}{lll}
\alpha & \approx & \alpha \land \beta \land \gamma \\
& \approx & \alpha \land \beta \land \gamma \land \beta' \land \gamma' \\
& \approx & \alpha \land \beta \land \gamma \land \forall x \ \big(P(a, f(x)) \land (\neg P(a, f(x)) \lor Q(x, a))\big) \\
& \approx & \alpha \land \beta \land \gamma \land \forall x \ \big(P(a, f(x)) \land (\neg P(a, f(x)) \lor Q(x, a))\big) \ \land \ \forall x \ (Q(x, a)) \\
& \approx & \alpha \land \forall x \ (Q(x, a))
\end{array}
$$

Bemerkungen:

- Alle Klauseln, die zu α hinzugenommen werden, sind Folgerungen aus α.

Prädikatenlogische Resolution

Aussagenlogische Resolution:

- zwei Klauseln mit komplementären Literalen,
- Klauseln werden – als Implikationen gesehen – wie durch einen Kettenschluss miteinander verschmolzen.

In der Prädikatenlogik sind Literale nicht unbedingt sofort komplementär. Jedoch werden z. B. $P(x, g(a))$ und $\neg P(g(y), y)$ bei passender Substitution für x und y komplementär, etwa als $P(g(g(a)), g(a))$ und $\neg P(g(g(a)), g(a))$.

Definition 27 (Unifikator)

Seien α_1 und α_2 prädikatenlogische Formeln. Eine Substitution $[x_1/t_1] \ldots [x_n/t_n]$ heißt Unifikator von α_1 und α_2, falls gilt:

$$\alpha_1[x_1/t_1] \ldots [x_n/t_n] = \alpha_2[x_1/t_1] \ldots [x_n/t_n]$$

α_1 und α_2 heißen dann unifizierbar.

Bemerkungen:

- Ein Unifikator ist auch induktiv für beliebig viele Formeln, insbesondere für beliebig viele Literale definierbar.

Prädikatenlogische Resolution

Ziel bei der Unifikation: So wenig spezialisieren, wie möglich.

Warum?

Definition 28 (allgemeinster Unifikator)

Ein Unifikator σ der prädikatenlogischen Formeln α_1 und α_2 heißt allgemeinster Unifikator (most general unifier, mgu) von α_1 und α_2, wenn es zu jedem anderen Unifikator τ von α_1 und α_2 eine Substitution τ' existiert, so dass gilt $\tau' \circ \sigma = \tau$.

$\tau' \circ \sigma$ bezeichnet die Hintereinanderausführung der beiden Substitutionen σ und τ' (erst σ anwenden, dann τ').

Beispiel:

Seien $P(a, x)$ und $P(y, z)$ zwei Literale.

- $[y/a][x/b][z/b]$ ist ein Unifikator.
- $[y/a][z/x]$ ist ein allgemeinster Unifikator.

Bemerkungen:

- Verschiedenen allgemeinste Unifikatoren zweier Formeln unterscheiden sich nur hinsichtlich der Variablen, die bei Anwendung der Unitfikatoren in den Ergebnisformeln vorkommen. Durch passende Variablenumbenennungen lassen sich die Ergebnisse ineinander überführen.

Prädikatenlogische Resolution

Wie bestimmt man den allgemeinsten Unifikators für zwei Primformeln $P(t_1, \ldots, t_n)$ und $P(t'_1, \ldots, t'_n)$?

Wichtigster Schritt:

Bestimmung der „ersten“ Unterschiedsstelle

Suche in den Argumentlisten der beiden Primformeln von P von links nach rechts rekursiv das erste Termpaar (s, s'), das in beiden Primformeln verschieden ist. (s, s') heißt erstes Paar korrespondierender verschiedener Terme von $P(t_1, \ldots, t_n)$ und $P(t'_1, \ldots, t'_n)$.

Beispiel:

Für die Literale $P(a, x)$ und $P(x', y')$ ist ein erstes korrespondierendes Termpaar (a, x'), für die Literale $P(a, x)$ und $P(a, b)$ ist dies (x, b).

Bemerkungen:

- Ist s eine Variable, so muss s' eine davon verschiedene Variable, eine Konstante oder ein zusammengesetzter Term sein; ist s eine Konstante, so muss s' eine Variable, eine davon verschiedene Konstante oder ein zusammengesetzter Term sein; ist s ein zusammengesetzter Term, so muss s' eine Variable, eine Konstante oder ein zusammengesetzter Term mit zu s verschiedener Funktion sein.

- Bilden wir die Kantorowitsch-Bäume zu s und s' (Blätter mit Konstanten oder Variablen als Label, innere Knoten mit Funktionen), so wird ein erstes Paar korrespondierender verschiedener Terme gebildet durch zwei Terme, die an korrespondierenden Stellen in den beiden Bäumen beginnen, so dass die Wurzelknoten dieser Terme verschiedene Label haben und die Label der Vorgängerknoten bis hin zur Wurzel jeweils mit dem korrespondierenden Knoten übereinstimmen.

- Fassen wir die Primformeln $P(t_1, \ldots, t_n)$ und $P(t'_1, \ldots, t'_n)$ als Zeichenketten auf, so brauchen wir diese Zeichenketten nur von links nach rechts durchgehen bis zum ersten unterschieden Zeichen. Die Teilterme, die in den Primformeln mit den so gefundenen unterschiedlichen Bezeichnern an den Stellen beginnen, bilden ein erste Paar korrespondierender verschiedener Terme.

  Beispiel:

  $P(x_1, f(g_1(x, y)))$ und $P(x_1, f(g_2(a, f(z))))$ unterscheiden sich im neunten Zeichen (Indizes als Zeichen gezählt), die unterschiedlichen Bezeichner an den Stellen sind g_1 und g_2, die an der Stelle beginnenden Teilterme $g_1(x, y)$ und $g_2(a, f(z))$.

Prädikatenlogische Resolution

Definition 29 (Unifikationsverfahren nach Robinson)

Seien $P(t_1, \ldots, t_n)$ und $P(t'_1, \ldots, t'_n)$ zwei Primformeln.

1. Setze $\sigma = [\,]$ und $\alpha_1 = P(t_1, \ldots, t_n)$, sowie $\alpha_2 = P(t'_1, \ldots, t'_n)$.
2. Falls α_1 und α_2 zeichenweise gleich sind, ist σ der allgemeinste Unifikator.
3. Suche in α_1, α_2 ein erstes korrespondierendes Termpaar (s, s').
   (a) Falls s eine Variable ist, die in s' nicht vorkommt, setze $\sigma = [s/s'] \circ \sigma$ und $\alpha_1 := \alpha_1[s/s']$, sowie $\alpha_2 := \alpha_2[s/s']$. Gehe zu 2.

   (b) Falls s' eine Variable ist, die in s nicht vorkommt, setze $\sigma = [s'/s] \circ \sigma$ und $\alpha_1 := \alpha_1[s'/s]$, sowie $\alpha_2 := \alpha_2[s'/s]$. Gehe zu 2.

   (c) Sonst: Die Ausgangsformeln sind nicht unifizierbar.

Lemma 30

Das Verfahren von Robinson liefert für unifizierbare Primformeln einen allgemeinsten Unifikator und für nicht unifizierbare Primformeln das Ergebnis „nicht unifizierbar".

Bemerkungen:

- Die Prüfung, ob die zu ersetzende Variable im einzusetzenden Term vorkommt, wird als „Occur Check" bezeichnet. Dieser Test ist notwendig, da sonst das Verfahren von Robinson nicht terminiert!

- Auch ein nach dem Verfahren von Robinson bestimmter allgemeinster Unifikatoren ist nicht eindeutig bestimmt. Ursache ist der Schritt 3 (a), in dem eine Variable durch eine andere ersetzt werden kann. Würde hier festgelegt, dass z.B. immer die Variable mit dem lexikographisch größeren Namen durch die andere ersetzt wird, liefert das Verfahren einen eindeutigen allgemeinsten Unifikator.

- Ein allgemmeinster Unifikator für mehr als zwei Formeln lässt sich iterativ bestimmen. Z.B. für α_1, α_2 und α_3 bestimmt man zuerst einen allgemeinsten Unifikator σ für α_1 und α_2 und dann einen allgemeinsten Unifikator τ für $\alpha_1\sigma$ und $\alpha_3\sigma$. Der allgemeinste Unifikator insgesamt ist $\tau \circ \sigma$.

Prädikatenlogische Resolution

Mengenorientierte Schreibweise der Resolutionsregel:

$$\frac{\{L_1, \ldots, L_k\} \qquad\qquad\qquad\qquad \{L'_1, \ldots, L'_l\}}{(\{L_1\sigma, L_2\sigma, \ldots, L_k\sigma\} \setminus \{L_{i_1}\sigma\}) \cup (\{L'_1\sigma, L'_2\sigma, \ldots, L'_l\sigma\} \setminus \{\neg L_{i_1}\sigma\})}$$

mit σ allgemeinster Unifikator von $L_{i_1}, \ldots, L_{i_m}, L'_{j_1}, \ldots, L'_{j_n}$, wobei $L_{i_1}, \ldots, L_{i_m} \in \{L_1, \ldots, L_k\}$ und $\neg L'_{j_1}, \ldots, \neg L'_{j_n} \in \{L'_1, \ldots, L'_l\}$.

$(\{L_1\sigma, L_2\sigma, \ldots, L_k\sigma\} \setminus \{L_{i_1}\sigma\}) \cup (\{L'_1\sigma, L'_2\sigma, \ldots, L'_l\sigma\} \setminus \{\neg L_{i_1}\sigma\})$ heißt Resolvente.

Wie in der Aussagenlogik kann man die Herleitungsbegriffe $\vdash^{1}_{Res}$ und $\vdash_{Res}$ definieren.

Prädikatenlogische Resolution

Satz 31

Sei α eine prädikatenlogische Formel in Klauselnormalform.

Dann gilt α widerspruchsvoll genau dann, wenn $\alpha \underset{Res}{\vdash} \sqcup$ gilt.

Beweis (Skizze)

„$\Leftarrow$“

Siehe Motivation einige Seiten vorher.

„$\Rightarrow$“

Bilden der Herbrand-Erweiterung, aussagenlogische Resolutionswiderlegung, Lifting der Widerlegung auf prädikatenlogischen Level

Prädikatenlogische Resolution

Sei α eine Formel in Klauselnormalform. Verfahren zur Generierung einer Resolvente:

1. Auswählen von zwei Klauseln in α mit komplementären Vorkommen eines Prädikates.
2. Umbenennen der Variablen, so dass die Klauseln variablenfremd sind.
3. Festlegen der Literale, über die resolviert wird.
   Seien dies $L_{i_1}, \ldots, L_{i_m}$ aus der ersten Klausel $\{L_1, \ldots, L_k\}$ und $\neg L'_{j_1}, \ldots, \neg L'_{j_n}$ aus der zweiten Klausel $\{L'_1, \ldots, ' L_l\}$.
4. Bestimmen eines allgemeinsten Unifikators σ für $L_{i_1}, \ldots, L_{i_m}, L'_{j_1}, \ldots, L'_{j_n}$
5. Bestimmung der Resolvente:
   $(\{L_1\sigma, L_2\sigma, \ldots, L_k\sigma\} \setminus \{L_{i_1}\sigma\}) \cup (\{L'_1\sigma, L'_2\sigma, \ldots, L'_l\sigma\} \setminus \{\neg L_{i_1}\sigma\})$

Bemerkungen:

- Die Anwendung der Resolutionsregel auf die spezialisierten Klauseln entspricht einem Kettenschluss.
- Die Resolvente ist eine Folgerung der Klauseln aus denen sie gewonnen wurde.
- Die Resolvente ist eine Folgerung der Ausgangsformel α.
- Alle Resolutionsstrategien und Resolutionsrestriktionen der aussagenlogischen Resolution lassen sich auch für die Prädikatenlogik definieren.
- Die Prädikatenlogik ist unentscheidbar, d.h. es gibt kein algorithmisches Verfahren, dass zu jeder Formel entscheiden kann, ob sie widerspruchsvoll ist oder nicht. Das heißt für den obigen Satz, dass wir zwar aus dem Finden einer Herleitung der leeren Klausel auf die Widersprüchlickeit der Formel schließen können. Aber nur in seltenen Fällen können wir einen Zustand erreichen, in dem keine neuen Resolventen mehr generiert werden können, so dass der Schluss auf die Erfüllbarkeit zulässig ist. Im allgemeinen wird das Generierungsverfahren für neue Resolventen nicht terminieren. Bricht man das Resolutionsverfahren in einem solchen Zustand ab, ist keine Antwort auf die Frage der Erfüllbarkeit möglich.

  Es muss versucht werden, durch zusätzliche Informationen oder diffenrenziertere Fragestellung die zu untersuchende Formel soweit zu verändern, dass eine Bearbeitung mit der Resolution erfolgreich ist. Häufig geschieht dies auch durch eine syntaktische Einschränkung der zu untersuchenden Formeln, eine Einschränkung auf Horn-Formeln reicht hier nicht.